Materiales para la familia

Expresiones, ecuaciones y desigualdades

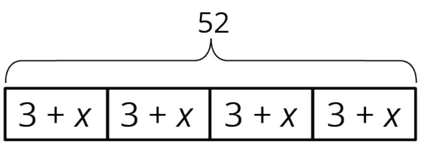
Representemos situaciones de las formas $px + q = r$ y $p(x + q) = r$

Materiales para la familia 1

Esta semana nuestros estudiantes van a representar situaciones usando diagramas y ecuaciones. Hay dos tipos principales de situaciones asociadas a diagramas y ecuaciones.

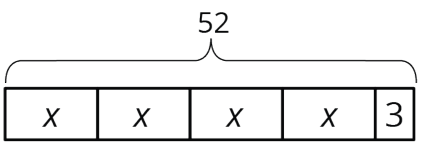
Este es un ejemplo del primer tipo. Una baraja de cartas estándar tiene cuatro palos. En cada palo hay tres cartas que son figuras y x cartas de las otras. En total, hay 52 cartas en la baraja. Podríamos usar este diagrama para representar esta situación:

Su ecuación correspondiente podría ser $52 = 4(3 + x)$. Hay 4 grupos de cartas, cada grupo contiene $x + 3$ cartas y hay 52 cartas en total.



Este es un ejemplo del segundo tipo. Una chef prepara 52 pintas de salsa de espagueti. Reserva 3 de esas pintas para llevárselas a su familia y el resto lo divide equitativamente en 4 recipientes. Podríamos usar este diagrama para representar esta situación:

Su ecuación correspondiente podría ser $52 = 4x + 3$. De las 52 pintas de salsa, se apartaron 3 y cada uno de los 4 recipientes contiene x pintas de salsa.



Esta es una tarea para que trabajen en familia:

1. Dibujen un diagrama para representar la ecuación $3x + 6 = 39$

2. Dibujen un diagrama para representar la ecuación $39 = 3(y + 6)$

3. Decidan qué historia corresponde a qué pareja de ecuación y diagrama:
    - Tres amigas fueron a recoger cerezas y todas recogieron la misma cantidad en libras. Antes de irse de la granja de cerezas, alguien les regaló 6 libras más de cerezas. En total, quedaron con 39 libras de cerezas.

    - Una de las amigas preparó tres tartas de cereza. Usó el mismo número de cerezas en cada tarta y luego agregó 6 cerezas más a cada tarta. En total, en las tres tartas puso 39 cerezas.

Solución:

El diagrama A representa la ecuación $3x + 6 = 39$ y la historia de las cerezas recogidas. El diagrama B representa la ecuación $3(y + 6) = 39$ y la historia sobre las tartas de cereza.

A

$$\underbrace{\boxed{x}\,\boxed{x}\,\boxed{x}\,\boxed{6}}_{39}$$

B

$$\underbrace{\boxed{y+6}\,\boxed{y+6}\,\boxed{y+6}}_{39}$$

Resolvamos ecuaciones de las formas $px + q = r$ y $p(x + q) = r$ y problemas que nos llevan a ecuaciones de ese tipo

Materiales para la familia 2

Esta semana nuestros estudiantes van a ver métodos eficientes para resolver ecuaciones y a comprender por qué funcionan esos métodos. A veces, para resolver una ecuación, podemos simplemente pensar en un número que la haga verdadera. Por ejemplo, la solución de $12 - c = 10$ es 2, porque sabemos que $12 - 2 = 10$. Para ecuaciones más complicadas que pueden incluir decimales, fracciones y números negativos, es posible que la solución no sea tan obvia.

Un método importante para solucionar ecuaciones es *hacer lo mismo a cada lado de la ecuación*. Por ejemplo, veamos cómo podemos resolver $-4(x - 1) = 20$ haciendo lo mismo a cada lado.

$$\begin{aligned} -4(x-1) &= 24 & \\ -\tfrac{1}{4} \cdot -4(x-1) &= -\tfrac{1}{4} \cdot 24 & \text{multiplicamos cada lado por } -\tfrac{1}{4} \\ x - 1 &= -6 & \\ x - 1 + 1 &= -6 + 1 & \text{sumamos 1 a cada lado} \\ x &= -5 & \end{aligned}$$

Otra herramienta que nos puede ayudar a resolver ecuaciones es aplicar la propiedad distributiva. En el ejemplo de arriba, en vez de multiplicar ambos lados por $-\frac{1}{4}$, se podría aplicar la propiedad distributiva a $-4(x - 1)$ y reemplazarlo por $-4x + 4$. La solución sería la siguiente:

$$\begin{aligned} -4(x-1) &= 24 & \\ -4x + 4 &= 24 & \text{aplicamos la propiedad distributiva} \\ -4x + 4 - 4 &= 24 - 4 & \text{restamos 4 de cada lado} \\ -4x &= 20 & \\ -4x \div -4 &= 20 \div -4 & \text{dividimos cada lado entre -4} \\ x &= -5 & \end{aligned}$$

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Elena elige un número, le suma 45 y luego multiplica el resultado por $\frac{1}{2}$. El resultado es 29. Elena les dice que pueden encontrar el número que ella eligió si resuelven la ecuación $29 = \frac{1}{2}(x + 45)$. Encuentren el número que Elena eligió. Describan los pasos que usaron.

Solución:

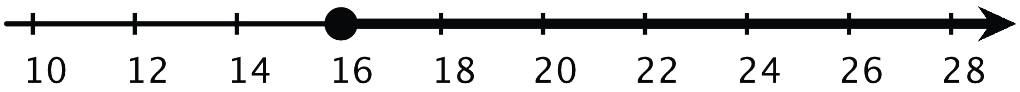
El número que Elena eligió fue 13. Hay distintas formas de resolver su ecuación. Este es un ejemplo:

$$\begin{aligned} 29 &= \frac{1}{2}(x+45) & \\ 2 \cdot 29 &= 2 \cdot \frac{1}{2}(x+45) & \text{multiplicamos cada lado por 2} \\ 58 &= x + 45 & \\ 58 - 45 &= x + 45 - 45 & \text{restamos 45 de cada lado} \\ 13 &= x & \end{aligned}$$

Desigualdades

Materiales para la familia 3

Esta semana, nuestros estudiantes trabajarán con desigualdades (expresiones con $>$ o con $<$ en vez de $=$). Usamos desigualdades para describir un rango de números. Por ejemplo, en algunos lugares una persona debe tener una edad de por lo menos 16 años para que se le permita conducir. Podemos representar esa situación con la desigualdad $e \geq 16$. Podemos mostrar todas las soluciones de esa desigualdad en la recta numérica.



Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Noah ya tiene \$10.50, y cada vez que hace un mandado a su vecino, gana \$3. Noah quiere saber cuántos mandados necesita hacer para conseguir al menos \$30, entonces escribe esta desigualdad:

$$3m + 10.50 \geq 30$$

Podemos poner a prueba esta desigualdad para distintos valores de m. Por ejemplo, hacer 4 mandados no es suficiente para que Noah alcance su objetivo, pues $3 \cdot 4 + 10.50 = 22.5$ y \$22.50 es menos que \$30.

1. Indica si Noah alcanzará su objetivo si hace:
    a. 8 mandados

    b. 9 mandados
2. ¿Qué valor de m hace que la ecuación $3m + 10.50 = 30$ sea verdadera?
3. ¿Qué les dice eso sobre todas las soluciones a la desigualdad $3m + 10.50 \geq 30$?
4. ¿Qué quiere decir esto para la situación de Noah?

Solución:

1.
    a. Sí, si Noah hace 8 mandados tendrá $3 \cdot 8 + 10.50$, es decir, \$34.50.

    b. Sí; como hacer 8 mandados era suficiente y 9 es más que 8, entonces hacer 9 mandados también será suficiente.

2. La ecuación es verdadera cuando $m = 6.5$. Podemos reescribir la ecuación como $3m = 30 - 10.50$, o $3m = 19.50$. Luego podemos reescribir esto como $m = 19.50 \div 3$, o $m = 6.5$.

3. Esto quiere decir que, cuando $m \geq 6.5$, la desigualdad de Noah es verdadera.

4. En realidad, Noah no puede hacer 6.5 mandados, pero puede hacer 7 mandados o más, y entonces conseguirá mas de \$30.

Escribamos expresiones equivalentes

Materiales para la familia 4

Esta semana, nuestros estudiantes trabajarán con expresiones equivalentes (expresiones que siempre son iguales, para cualquier valor de la variable). Por ejemplo, $2x + 7 + 4x$ y $6x + 10 - 3$ son expresiones equivalentes. Podemos ver que estas expresiones son iguales cuando le damos distintos valores a x.

	$2x + 7 + 4x$	$6x + 10 - 3$
cuando x es 5	$2 \cdot 5 + 7 + 4 \cdot 5$ $10 + 7 + 20$ 37	$6 \cdot 5 + 10 - 3$ $30 + 10 - 3$ 37
cuando x es -1	$2 \cdot \text{-}1 + 7 + 4 \cdot \text{-}1$ $\text{-}2 + 7 + \text{-}4$ 1	$6 \cdot \text{-}1 + 10 - 3$ $\text{-}6 + 10 - 3$ 1

También podemos usar las propiedades de las operaciones para ver por qué estas expresiones son equivalentes: ambas son equivalentes a la expresión $6x + 7$.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Para cada expresión, busquen una expresión equivalente en la lista de abajo. Una de las expresiones de la lista quedará sin pareja.

1. $5x + 8 - 2x + 1$
2. $6(4x - 3)$
3. $(5x + 8) - (2x + 1)$
4. $\text{-}12x + 9$

Lista:

- $3x + 7$
- $3x + 9$
- $\text{-}3(4x - 3)$
- $24x + 3$
- $24x - 18$

Solución

1. $3x + 9$ es equivalente a $5x + 8 - 2x + 1$, pues $5x + \text{-}2x = 3x$ y $8 + 1 = 9$.
2. $24x - 18$ es equivalente a $6(4x - 3)$, pues $6 \cdot 4x = 24x$ y $6 \cdot \text{-}3 = \text{-}18$.
3. $3x + 7$ es equivalente a $(5x + 8) - (2x + 1)$, pues $5x - 2x = 3x$ y $8 - 1 = 7$.
4. $\text{-}3(4x - 3)$ es equivalente a $\text{-}12x + 9$, pues $\text{-}3 \cdot 4x = \text{-}12x$ y $\text{-}3 \cdot \text{-}3 = 9$.